

Università degli Studi della Basilicata
Dipartimento di Scienze
CdL in Scienze Geologiche e Chimica
Programma di MATEMATICA I
(titolare del corso: dott. D. Labbate)
A.A. 2013/14

Insiemi numerici.

Formulazione assiomatica dei numeri reali e loro conseguenze. Numeri naturali, interi e razionali. Intervalli limitati e illimitati. Maggiorante e minorante di un insieme di numeri reali. Insiemi limitati superiormente, limitati inferiormente e limitati. Massimo e minimo di un insieme di numeri reali. Unicità del massimo e del minimo. Conseguenze dell'assioma di completezza: teorema di esistenza dell'estremo superiore (inferiore). Caratterizzazione dell'estremo superiore (inferiore). Il principio di induzione. Radice n -ma di un numero reale non-negativo. Elevamento a potenza con esponente naturale, intero e razionale. Proprietà delle potenze. Elevamento a potenza di base un numero reale positivo ed esponente reale. Logaritmi e loro proprietà. Disequazioni trascendenti. Cenni di calcolo combinatorio: combinazioni semplici e con ripetizione, disposizioni semplici e con ripetizione. Numero di disposizioni semplici di n oggetti e di classe k (con $k \leq n$). Le permutazioni. Numero di combinazioni semplici di n oggetti e di classe k (con $k \leq n$). Il coefficiente binomiale. Applicazioni: il triangolo di Tartaglia, la formula del binomio di Newton. I numeri complessi: forma algebrica, piano complesso, somma e prodotto, inverso di un numero complesso non nullo, quoziente, coniugato, modulo e argomento, forma trigonometrica, prodotto, quoziente e potenza in forma trigonometrica.

Funzioni.

Funzioni: definizione, dominio, codominio, immagine, grafico. Funzioni (strettamente) decrescenti, (strettamente) crescenti, monotone. Funzioni simmetriche: pari, dispari, periodiche. Funzioni composte. Funzioni elementari: lineare, valore assoluto, potenza, esponenziale, logaritmo, seno, coseno, tangente. Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche. Funzione inversa. Grafico della funzione inversa. Funzioni trigonometriche inverse. Teorema di relazione tra funzioni monotone e invertibili. Funzioni limitate inferiormente, limitate superiormente e limitate. Estremo inferiore, estremo superiore di una funzione.

Successioni numeriche e loro limiti.

Successioni di numeri reali e loro limiti. Successioni convergenti, divergenti e indeterminate. Successioni regolari, limitate, infinitesime e infinite. Teorema di unicità del limite per successioni regolari. Teoremi di confronto: teorema della permanenza del segno; teorema della limitatezza di una successione limitata; teorema del confronto; teorema dei carabinieri. Operazioni sui limiti: addizione, sottrazione, prodotto, quoziente di successioni convergenti. Combinazioni lineari di successioni. Operazioni sulle successioni divergenti. Forme indeterminate. Proposizione: a_n tende a zero se e solo se $|a_n|$ tende a zero. Teorema del prodotto di una successione limitata per una infinitesima. Successioni monotone. Teorema di regolarità delle successioni monotone. Il numero di Nepero e sue applicazioni. Limiti notevoli. Sottosuccessioni. Teorema: Se a_n è regolare allora esiste almeno una sottosuccessione convergente allo stesso limite di a_n . Il teorema di Bolzano-Weierstrass. Successioni di Cauchy. Criterio di convergenza (dimostrazione solo della

condizione: se a_n converge essa è di Cauchy). Criterio del rapporto delle successioni. Confronto tra successioni infinite.

Limiti di funzioni reali di una variabile reale. Continuità.

Intorni. Definizione di punto di accumulazione e di punto isolato per un insieme. Limite di una funzione: definizione per intorni. Funzioni convergenti e divergenti. Definizione di limite con epsilon e delta. Limite destro e sinistro. Teorema ponte e sue conseguenze: teorema di unicità del limite, teorema della permanenza del segno, teorema dei carabinieri, operazioni tra limiti, limiti notevoli. Teorema del limite della composizione di funzioni. Forme indeterminate. Limiti di polinomi. Definizione di continuità. L'insieme delle funzioni continue C_0 . Operazioni tra funzioni continue, composizione di funzioni continue. Classificazione dei punti di discontinuità. Asintoti verticali. Teorema di esistenza degli zeri. Massimo assoluto e minimo assoluto per una funzione. Teorema di Weierstrass e sue conseguenze: teorema dei valori intermedi, teorema della limitatezza delle funzioni $C_0([a;b])$. Criterio di regolarità delle funzioni monotone. Discontinuità delle funzioni monotone. Funzioni inverse di funzioni continue. Infinitesimi e confronto tra essi; infinitesimi equivalenti; tavola degli infinitesimi fondamentali equivalenti; principio di sostituzione di infinitesimi, principio di esclusione degli infinitesimi di ordine superiore. Infiniti: confronto tra essi, principio di esclusione degli infiniti di ordine inferiore. Asintoti orizzontali ed obliqui.

Calcolo differenziale e applicazioni.

La derivata di una funzione reale di variabile reale. Significato geometrico della derivata. Operazioni sulla derivata: derivata di combinazioni lineari di funzioni, formula della derivata di un prodotto, formula della derivata di un quoziente. Teorema sulla continuità delle funzioni derivabili. Punti a tangente verticale. Punti angolosi e cuspidi. Teorema di derivazione della funzione inversa. Teorema della derivazione di una funzione composta. Tavola delle funzioni elementari. Derivate di ordine successivo. Teorema di De l'Hopital e sue applicazioni. Punti di estremo locale e punti critici. Condizione necessaria affinché un punto sia un estremo locale (teorema di Fermat). Teorema di Rolle. Teorema di Lagrange. Corollari del teorema di Lagrange: criterio di monotonia, caratterizzazione delle funzioni costanti. Funzioni concave e convesse. Criterio di convessità (concavità). Punti di flesso. Studio qualitativo di una funzione: schema.

Introduzione all'algebra lineare.

Matrici: definizioni, somma, moltiplicazione per uno scalare, combinazioni lineari, prodotto riga per colonna, trasposta, inversa. Risoluzione sistemi con il metodo di Gauss-Jordan. Determinante di una matrice. Cofattori e Teorema di Laplace. Proprietà del determinante.